



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية  
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: 2023

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين  $a$  و  $b$  حيث:  $a = 2023$  و  $b = 1444$

(1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين  $a$  و  $b$  على 5

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a^3 + b^2 + 2$  على 5

(2) أ) بيّن أنّ:  $b \equiv -1[5]$

ب) تحقّق أنّ العدد  $b^{2024} - 1$  يقبل القسمة على 5

(3) أ) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ ،  $b^{2n} \equiv 1[5]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  التي من أجلها يكون:  $a + b^{2n} - bn \equiv 0[5]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  ب:  $u_n = 5n - 2$

(1) احسب  $u_0$ ،  $u_1$  و  $u_2$

(2) أ) بيّن أنّ المتتالية ( $u_n$ ) حسابية يُطلب تعيين أساسها.

ب) استنتج اتجاه تغيّر المتتالية ( $u_n$ )

(3) بيّن أنّ العدد 2023 حدّ من حدود المتتالية ( $u_n$ ) ثمّ استنتج رتبته.

(4) تحقّق أنّ:  $u_0 + u_1 + \dots + u_{405} = 410263$

(5) ( $v_n$ ) المتتالية الحسابية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بحدّها الأول  $v_0$  وأساسها  $r$  حيث:  $v_3 = 13$  و  $v_{10} = 48$

أ) عيّن  $r$  أساس المتتالية ( $v_n$ ) وحدّها الأول  $v_0$

ب) عيّن عبارة الحدّ العام  $v_n$  بدلالة  $n$



## التمرين الثالث: (08 نقاط)

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 \quad \text{ب: الدالة العددية المعرفة على } \mathbb{R}$$

(1)  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f'(x) = x(x-2)$

ب) استنتج أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على كل من المجالين  $]-\infty; 0]$  و  $[2; +\infty[$

ومتناقصة تماما على المجال  $[0; 2]$

ج) شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$

(3)  $(T)$  المماس للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1

تحقق أن:  $y = -x + \frac{1}{3}$  معادلة  $(T)$

(4) أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f(x) = \frac{1}{3}(x-3)x^2$

ب) حلّ في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$

ج) استنتج إحداثيي نقطتي تقاطع المنحني  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.

(5) احسب  $f(-2)$ ،  $f(4)$  وارسم  $(T)$  و  $(C_f)$



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين  $a$  و  $b$  حيث:  $a=1945$  و  $b=2024$

(1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين  $a$  و  $b$  على 7

ب) بيّن أنّ:  $a \equiv -1[7]$

(2) استنتج أنّ العددين  $a^2$  و  $b^2$  متوافقان بترديد 7

(3) بيّن أنّ العدد  $a^2 + b^2 - 2$  يقبل القسمة على 7

(4) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ ،  $a^{2n} \equiv 1[7]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  التي من أجلها يكون:  $a^{2n} + bn + 1 \equiv 0[7]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

$(u_n)$  المتتالية الهندسية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بحدها الأول  $u_0$  وأساسها  $q$  حيث:  $q=2$  و  $u_2 + u_3 = 60$

(1) بيّن أنّ:  $u_0 = 5$

(2) عيّن قيمة الحدّ الذي رتبته 7

(3) أ) عيّن عبارة الحدّ العام  $u_n$  بدلالة  $n$

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} - u_n = 5 \times 2^n$

ج) استنتج أنّ  $(u_n)$  متزايدة تماما.

(4) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ ،  $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 5 \times 2^{n+1} - 5$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

$g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $g(x) = -x^3 + 3x + 2$

$(C_g)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) أ) تحقق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$ ،  $g'(x) = -3(x-1)(x+1)$

ب) استنتج أنّ الدالة  $g$  متناقصة تماما على كلّ من المجالين  $]-\infty; -1]$  و  $[1; +\infty[$

ومتزايدة تماما على المجال  $[-1; 1]$

ج) شكّل جدول تغيّرات الدالة  $g$



(3) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  ،  $g(x) = (2 - x)(x + 1)^2$

ب) حلّ في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $g(x) = 0$

ج) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى  $(C_g)$  مع حامل محوري الإحداثيات.

(4) (T) المماس للمنحنى  $(C_g)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0

تحقّق أنّ:  $y = 3x + 2$  معادلة لـ (T)

(5) احسب  $g(-2)$  ،  $g(2)$  وارسم (T) و  $(C_g)$